

光の数理の最前線：ドレスト光子と量子ウォーク

西郷 甲矢人 (長浜バイオ大学)

E-mail: h.saigoh@nagahama-i-bio.ac.jp

人間と光の付き合いは長い。そして私の知る限りの神話や宗教ではみな光を尊いものと見なしているように思われる（そうでない例があったらぜひご教示いただきたい：もちろん「太陽」となると凶悪な太陽神もないではないのだが）。いや、それどころか現存する数多くの生物の原型が出そろったともいわれる「カンブリア大爆発」というのも、「目」という光を感知する器官が生まれたことによるというし、そもそも光がなければ光合成もなく酸素もこんなにならないのだから、人類とは「誕生以前からずっと」長い付き合いである。むろん、生物誕生以前のことについてもこの話は続けられるが、ここではひとまず措こう。

そんな風に付き合いの長い光ではあるが、その特性を理解しきっていると思ったら大間違いである。「光とはこういうものだ」という形で分かった気になったとたん裏切られる。光は直進する、と分かったつもりになっていたら、すぐに屈折という現象にぶちあたる。なぜ直進し、かつ屈折するのか。これを理解するために、フェルマーの原理というものが考え出された。つまり「光は最短時間の経路を通る」というわけである。これが変分法という数理の始まりであった。また、直進するから粒子なのだろうと思ったら、ワイングラスの影のど真ん中に光の輝く点があることからわかるように、光は波動として理解される。この波動としての光を理解することはフーリエ解析が大いに役立つし、逆もしかりである。さらには、波動かと思えばエネルギーのやり取りにおける離散性という意味での粒子性があり、もしこれがなければ日焼けが起こることも、夜空の星が目に見えることも理解できない。この意味での光の粒である「光子」を理解するために、量子論やそれにまつわる数学が大いに発展してきた。こうして光の研究と数理科学はともに深化してきたのである。

では現在はどうかだろうか？すでに光の理解は基本的に終わったと言ってよいだろうか？とんでもない、と私は思う。その「とんでもない」という意味を説明するには、オフシェル科学フォーラムの主要なテーマでもある「ドレスト光子」がうってつけである。

ドレスト光子とは、光がナノスケールの物質と相互作用することによって、エネルギー・運動量的な「広がり」をもつとともに、時間・空間的な「局在性」をもつようになるという現象である。このエネルギー・運動量的な広がりを持つことが大まかにいって「オフシェル」の概念に対応するが、ここではその双対的な表現である「局在性」に焦点を当ててみよう。

そもそも、現代の物理学において常識的な理解からすると、光子というものは（スピン1の）質量をもたない粒子である。ところが、このようなものについては「局在性」というのがあり得ない、というのが数理物理学ではよく知られた事実である。その位置の確率分布すら定義できない、というのであるからこれは無視するわけにはいかない。要するに局在するためには質量が必要なのである。そして質量はというと、物質励起を「まとう」ことによって得られる。

さらにこの局在のありようがまた面白い。ドレスト光子の局在性については、「端点」や「不純物の周辺」といった「特異的なところ」への局在的な集中という普遍的な現象があり、逆正弦法則という「逆釣鐘型」のプロファイルをもつ。ドレスト光子自体は空間的に「渡り歩く」と考えられるが、その分布が一定の安定性をもっているというわけである。このようなドレスト光子の「伝搬現象」についてどのようなモデルが適切か考えてみよう。

一般に、伝搬現象の数理モデルとして、まず「ランダムウォーク」が挙げられる。ある位置に

存在している「ウォーカー（渡り歩くもの）」が、確率的に行先を選ぶ、というあれである。しかし、もしドレスト光子の伝搬現象がランダムウォークによってモデル化可能であるとすれば、先ほど述べた「特異的なところへの集中的局在」ないし「逆釣鐘型」といった性質と鋭く矛盾する。ランダムウォークは、一般に「特異的なところ」ではなく「ありふれたところ」に集中する性質があり、ガウス分布のような「釣鐘型」のプロファイルを持つからである。何かがおかしい。要は、上でいう「確率」はドレスト光子の伝搬を考えるのに狭すぎる。量子版を考えるべきなのだ。

そこで、ランダムウォークの量子版とも呼ばれる「量子ウォーク」の概念を活用してはどうか、というアイデアが生まれる。実は、量子ウォークについては特異的な場所への集中や逆釣鐘型のプロファイルなどの性質が知られており、ドレスト光子の良いモデルになるのではないかと推測される。そこで、ドレスト光子の伝搬が量子ウォークではないだろうかという仮説のもと、これまで測定されてきたデータを見なおしてみることにした。

ドレスト光子がランダムウォークで記述できるか、あるいはできないか。ランダムウォークで記述できないとして、量子ウォークがそれに代わる適切な枠組みであるかどうか。この問題を見極めるには、「平均の移動距離」を考えるのがよいと思われる。よく知られていることとして、ランダムウォークの平均の移動距離は概ね時間の平方根に比例するが、量子ウォークは時間そのものに比例する。量子ウォークのほうが迅速なのである。

この観点に基づいて伝搬のモデルを立て、最終的に通常の光の形で測定にかかる際の光の強度を計算したものをデータに当てはめ片対数グラフにプロットしてみると、とくに「立ち上がり」の部分において量子ウォークモデルの当てはまりが良いという観察が得られた！ドレスト光子と量子ウォークという、光と数理との新しい接続の可能性が見えてきた。

私たちはこんな風に、ドレスト光子の振る舞いを理解する新しい数理を求めて議論を進めている。読者の皆様のうちで興味を持たれた方々はぜひこの議論に参加していただければ幸いである。